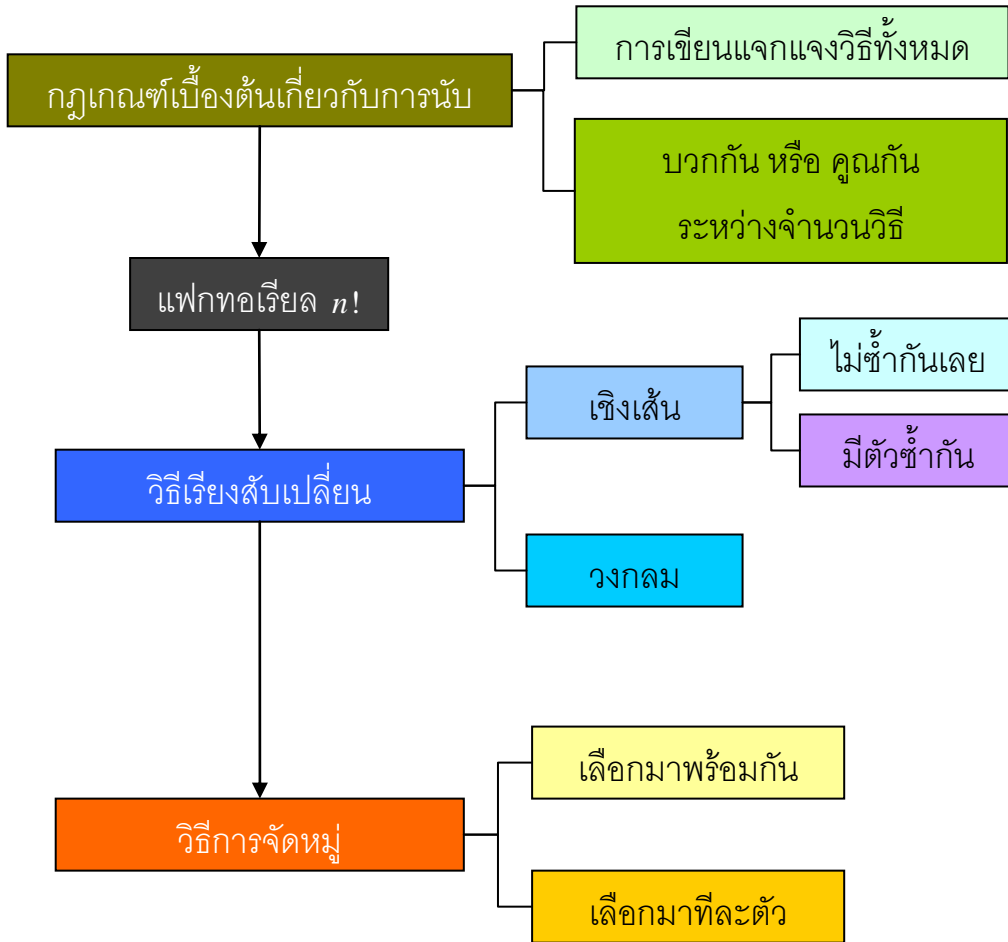


ความน่าจะเป็น ม.5 เทอมปลาย สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม

การหาจำนวนวิธี



การหาความน่าจะเป็น

ความน่าจะเป็น

บททวินาม

บททวินาม

การหาจำนวนวิธี

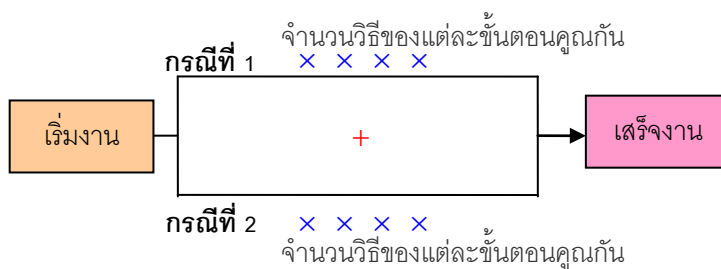
กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ

คือ การหาจำนวนวิธีแบบที่ไม่ต้องใช้สูตรอะไรทั้งนั้น

1) การเขียนแจกแจงวิธีทั้งหมดออกมา

ใช้หาจำนวนวิธีที่หาง่ายๆ จำนวนวิธีไม่มาก

2) การบวกและการคูณ



การบวก + ระหว่างจำนวนวิธีของงานที่เสร็จแล้ว (ระหว่างกรณี)

การคูณ × ระหว่างจำนวนวิธีของงานที่ยังไม่เสร็จ

Note จำนวนวิธีที่ต้องการ = จำนวนวิธีทั้งหมด - จำนวนวิธีที่ไม่ต้องการ

Note จำนวนวิธีที่เกิดเหตุการณ์ A หรือ เหตุการณ์ B

= จำนวนวิธีที่เกิดเหตุการณ์ A + จำนวนวิธีที่เกิดเหตุการณ์ B

- จำนวนวิธีที่เกิดทั้งเหตุการณ์ A และ เหตุการณ์ B

แฟกทอเรียล $n!$

$$n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3) \dots 1$$

$$\text{เช่น } 7! = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

คือมันจะคูณกับตัวที่น้อยลงทีละ 1 เรื่อยๆ ไปจนถึงเลข 1

Note $0! = 1$

วิธีเรียงสับเปลี่ยน

1) **วิธีสับเปลี่ยนเชิงเส้น** มีจำนวนทั้งหมด n ตัว

1.1) **ไม่ซ้ำกันเลย** จำนวนวิธีสับเปลี่ยน เท่ากับ $n!$

1.2) **มีตัวซ้ำกัน** จำนวนวิธีสับเปลี่ยน เท่ากับ $\frac{n!}{n_1! n_2! \dots}$

โดยที่ n_1 คือจำนวนที่ซ้ำกันชุดที่ 1 และ n_2 คือจำนวนที่ซ้ำกันชุดที่ 2

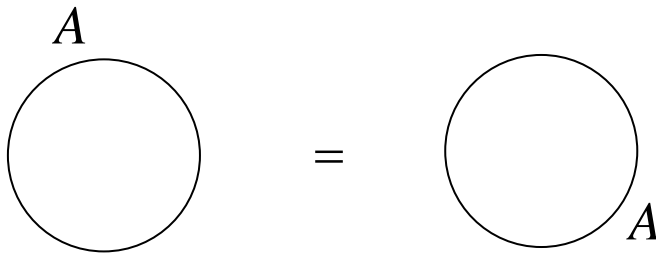
2) **วิธีสับเปลี่ยนวงกลม** มีจำนวนทั้งหมด n ตัว

จำนวนวิธีสับเปลี่ยน เท่ากับ $(n-1)!$

ความเข้าใจ จำนวนวิธีในการจัดคน 5 คน นั่งรอบโต๊ะกลม

สมมุติมีนาย A B C D E

โต๊ะกลม ถ้ายังไม่มีใครมานั่ง นาย A จะไปนั่งตรงไหนก็มีความหมายเหมือนกัน



จำไว้เลย!

ดังนั้นจำนวนวิธีที่นาย A จะมานั่ง จึงมี 1 วิธี

เมื่อโต๊ะกลมมีนาย A เข้ามานั่งแล้ว

จะนำคนอื่นเข้ามา นั่ง ให้คิดเหมือน

จัดแถวหน้ากระดาน คือ จากทางซ้าย

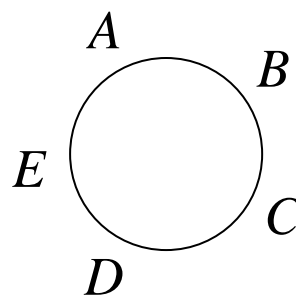
ของนาย A มาทางขวาของนาย A

ดังนั้น นำนาย B, C, D, E มานั่ง

คิดเหมือนแถวหน้ากระดาน

ก็จะได้ 4! วิธี

โต๊ะกลม เมื่อมีใครมานั่งแล้ว



โต๊ะกลม จะถูกมอง เป็นแถว หน้ากระดาน แทนที่

ดังนั้น จำนวนวิธี = $1 \times 4! = 4! = (5-1)!$

วิธีการจัดหมู่1) **เลือกพร้อมกัน**

มีของ n สิ่ง เลือกมาพร้อมกัน r สิ่ง

จำนวนวิธีการเลือก เท่ากับ $C_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)! r!}$

Note

$C_{n,r}$ จะเขียนเป็น $\binom{n}{r}$ ก็ได้

2) **เลือกทีละตัว โดยที่ลำดับการเลือกมีความสำคัญ**

มีของ n สิ่ง เลือกมาทีละตัว โดยที่ลำดับการเลือกมีความสำคัญ เลือกมา r สิ่ง

จำนวนวิธีการเลือก เท่ากับ $P_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!}$ หรือเท่ากับ $C_{n,r} \times r!$

หรือจะหาโดยกฎการนับก็ได้

Note

ในการทำโจทย์พีจะ**ไม่**เคยใช้สูตร $P_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!}$ เลย

เพราะพีจะใช้ $C_{n,r} \times r!$ (คือเลือกมาก่อนแล้วค่อย**จัดอันดับ**)

หรือ กฎการนับ แทนได้เสมอ

การหาความน่าจะเป็น

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$

$P(E)$ = ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่สนใจ

$n(E)$ = จำนวนวิธีของเหตุการณ์ที่สนใจ

$n(S)$ = จำนวนวิธีของเหตุการณ์ทั้งหมด

สมบัติของความน่าจะเป็น

ให้ A , B และ C เป็นเหตุการณ์ใดๆ ในแซมเปิลสเปซ S

(แซมเปิลสเปซ S คือ เหตุการณ์ทั้งหมด)

$$1) 0 \leq P(A) \leq 1$$

$$2) P(S) = 1$$

$$3) P(\emptyset) = 0$$

$$4) P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$5) P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

$$6) P(A') = 1 - P(A) \text{ หรือ } P(A) = 1 - P(A')$$

บททวินาม

มีสูตรว่า

$$(a+b)^n = \sum_{r=0}^n T_{r+1}$$

โดยที่ T_{r+1} คือค่าของพจน์ที่ $r+1$ ที่ได้จากกรการกระจาย

เช่น T_3 คือค่าของพจน์ที่ 3 ที่ได้จากกรการกระจาย

$$\text{และ } T_{r+1} = \binom{n}{r} a^{n-r} b^r$$

r เริ่มต้นที่ 0 จนถึง n ดังนั้นจำนวนพจน์ ที่ได้จากกรการแจกแจง เท่ากับ $n+1$ พจน์

Note ถ้า $b > 0$ พจน์ ที่ได้จากกรการแจกแจง จะเป็น $+ _ + _ + _ + \dots$

แต่ถ้า $b < 0$ พจน์ ที่ได้จากกรการแจกแจง จะเป็น $+ _ - _ + _ - \dots$