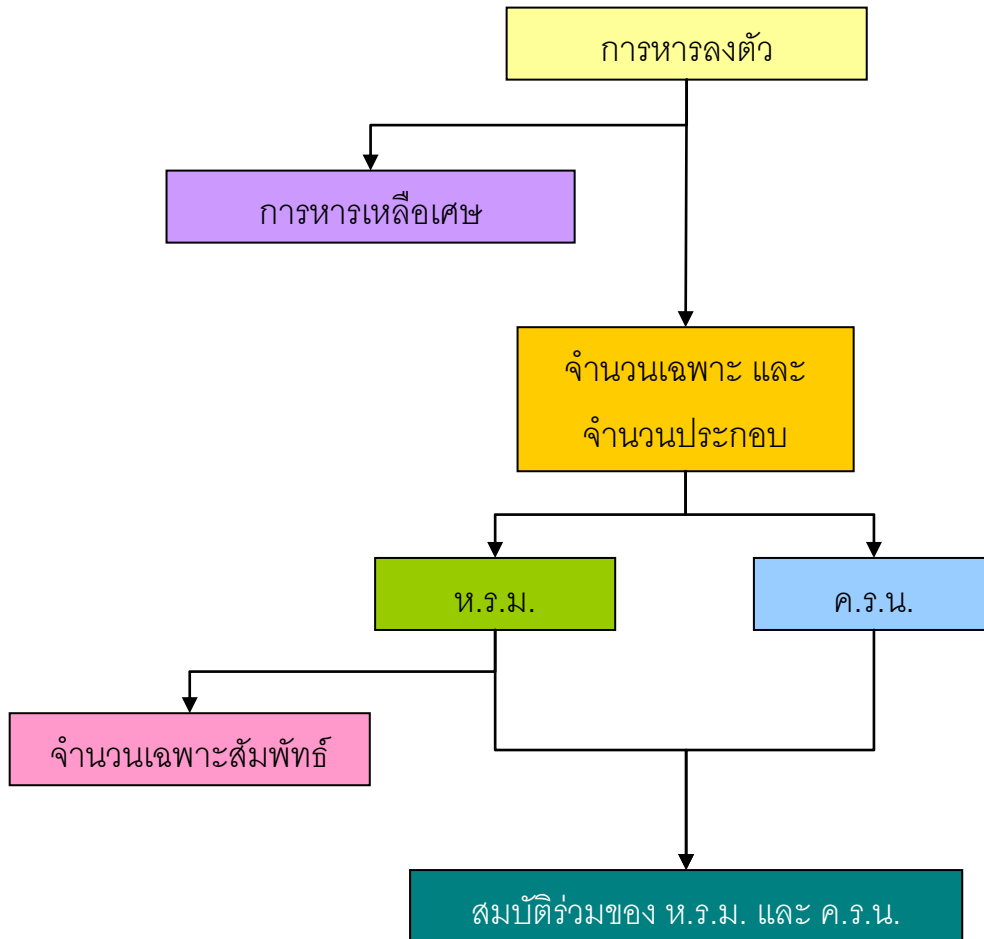


ทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ม.4 เทอมต้น สารการเรขาคณิตเพิ่มเติม



การหารลงตัว

$a|b$ หมายถึง “ b หารด้วย a ลงตัว”

“ a หาร b ลงตัว”

$\frac{b}{a} = c$ โดยที่ c เป็นจำนวนเต็ม

สมบัติ

- 1) ถ้า $a|b$ และ $b|c$ แล้ว $a|c$
- 2) ถ้า a และ b เป็นจำนวนเต็มบวก และ $a|b$ แล้ว $a \leq b$
- 3) ถ้า a, b, c เป็นจำนวนเต็ม โดย $a|b$ และ $a|c$ แล้ว $a|(bx+cy)$
เมื่อ x, y เป็นจำนวนเต็มใดๆ

การหารเหลือเศษ

$$\frac{a}{b} = c \text{ เศษ } d \rightarrow a = b \cdot c + d$$

โดยที่ a, b, c, d เป็นจำนวนเต็ม และ $0 \leq d < |b|$

เช่น

$$\frac{0}{3} = 0 \text{ เศษ } 0 \rightarrow 0 = 3 \cdot (0) + 0 \text{ (เหลือเศษเท่ากับ } 0 \text{ หารลงตัว)}$$

$$\frac{2}{3} = 0 \text{ เศษ } 2 \rightarrow 2 = 3 \cdot (0) + 2 \text{ (เหลือเศษเท่ากับ } 2)$$

$$\frac{3}{3} = 1 \text{ เศษ } 0 \rightarrow 3 = 3 \cdot (1) + 0 \text{ (เหลือเศษเท่ากับ } 0 \text{ หารลงตัว)}$$

$$\frac{4}{3} = 1 \text{ เศษ } 1 \rightarrow 4 = 3 \cdot (1) + 1 \text{ (เหลือเศษเท่ากับ } 1)$$

$$\frac{11}{3} = 3 \text{ เศษ } 2 \rightarrow 11 = 3 \cdot (3) + 2 \text{ (เหลือเศษเท่ากับ } 2)$$

Tips

ถ้า $\frac{a}{b}$ เหลือเศษเท่ากับ d

แล้ว $\frac{m \cdot a}{b}$ เหลือเศษเท่ากับ เศษเหลือของ $\frac{m \cdot d}{b}$

ถ้า $\frac{a}{b}$ เหลือเศษเท่ากับ d

แล้ว $\frac{a^m}{b}$ เหลือเศษเท่ากับ เศษเหลือของ $\frac{d^m}{b}$

จำนวนเฉพาะ และ จำนวนประกอบ**จำนวนเฉพาะ**

คือ จำนวนเต็มบวก ที่มีแต่ 1, -1, ตัวมันเอง, จำนวนตรงข้ามของตัวมันเอง เท่านั้นที่หารลงตัว (โดยที่ 1 ไม่เป็นจำนวนเฉพาะ)

จำนวนเฉพาะ เช่น 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, ...

จำนวนประกอบ

คือ จำนวนเต็มบวก ที่ไม่ใช่ 1 และ ไม่ใช่จำนวนเฉพาะ

โดยสามารถเขียนจำนวนประกอบ ให้อยู่ในรูปจำนวนเฉพาะคูณกันได้

เช่น $4 = 2 \times 2$

$6 = 2 \times 3$

$21 = 3 \times 7$

$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$

ห.ร.ม. (หารร่วมมาก)

ห.ร.ม. ของ a และ b ใช้สัญลัษณ์ (a,b)

คือ จำนวนเต็มบวก ที่มีค่ามากที่สุดที่หาร a และ b ลงตัว

การหาค่า ห.ร.ม. โดยวิธีแยกตัวประกอบ

เช่น จงหา ห.ร.ม. ของ 300 และ 180

$$300 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5$$

$$180 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$$

ห.ร.ม. ของ 300 และ 180 หรือ $(300,180)$ คือ $2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60$

สมบัติ

$$1) (a,b,c) = ((a,b),c) = (a,(b,c))$$

$$2) *** \text{ ถ้า } n|a \text{ และ } n|b \text{ จะได้ว่า } n|(a,b) ***$$

วิธีของยุคลิด

ในกรณีที่จำนวนที่จะหา ห.ร.ม. เป็นจำนวนที่แยกตัวประกอบได้ไม่ถนัดนัก

ให้ใช้วิธีของยุคลิด ดังตัวอย่างนี้

จงหา ห.ร.ม. ของ 4189 และ 3763

“เอาตัวมากกว่าเป็นตัวตั้ง ตัวน้อยกว่าเป็นตัวหาร”

“ตัวหารคูณกับจำนวนเต็ม ให้ได้ค่าเท่ากับหรือน้อยกว่าที่ใกล้เคียงที่สุดกับตัวตั้ง”

$$4189 = 3763(1) + 426$$

$$3763 = 426(8) + 355$$

$$426 = 355(1) + 71$$

$$355 = 71(5) + 0$$

“เอาตัวหารมาเป็นตัวตั้ง เศษมาเป็นตัวหาร”

“จนได้เศษเป็น 0 ตัวหารนั้นคือ ห.ร.ม.”

ดังนั้น ห.ร.ม. ของ 4189 และ 3763 คือ 71

ค.ร.น. (คูณร่วมน้อย)

ค.ร.น. ของ a และ b ใช้สัญลักัษณ์ $[a,b]$

คือ จำนวนเต็มบวก ที่มีค่าน้อยที่สุดที่หารด้วย a และ b ลงตัว

การหาค่า ค.ร.น. โดยวิธีแยกตัวประกอบ

เช่น จงหา ค.ร.น. ของ 300 และ 180

$$300 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5$$

$$180 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$$

ค.ร.น. ของ 300 และ 180 หรือ $[300,180]$ คือ $2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5 \times 3 = 900$

สมบัติ

$$1) [a,b,c] = [[a,b],c] = [a,[b,c]]$$

$$2) *** \text{ ถ้า } a|n \text{ และ } b|n \text{ จะได้ว่า } [a,b]|n ***$$

จำนวนเฉพาะสัมพัทธ์

คือ จำนวนเต็ม 2 จำนวน ที่มี ห.ร.ม. เท่ากับ 1

(ดังนั้น จำนวนเต็ม 2 จำนวนนั้น จะไม่มีตัวประกอบร่วมกัน)

เช่น 21 กับ 25

$$21 = 3 \times 7$$

$$25 = 5 \times 5$$

สรุป 21 กับ 25 ไม่มีตัวประกอบร่วมกันเลย

ดังนั้น 21 กับ 25 มี ห.ร.ม. เท่ากับ 1 และเป็นจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์

26 กับ 35

$$26 = 2 \times 13$$

$$35 = 5 \times 7$$

สรุป 26 กับ 35 ไม่มีตัวประกอบร่วมกันเลย

ดังนั้น 26 กับ 35 มี ห.ร.ม. เท่ากับ 1 และเป็นจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์

สมบัติร่วมของ ห.ร.ม. และ ค.ร.น.

$$(a, b) \cdot [a, b] = a \cdot b$$

เช่น

$$(300, 180) \text{ คือ } 60$$

$$[300, 180] \text{ คือ } 900$$

จาก

$$(300, 180) \cdot [300, 180] = 300 \cdot 180$$

$$\text{จะได้ } 60 \times 900 = 300 \times 180$$