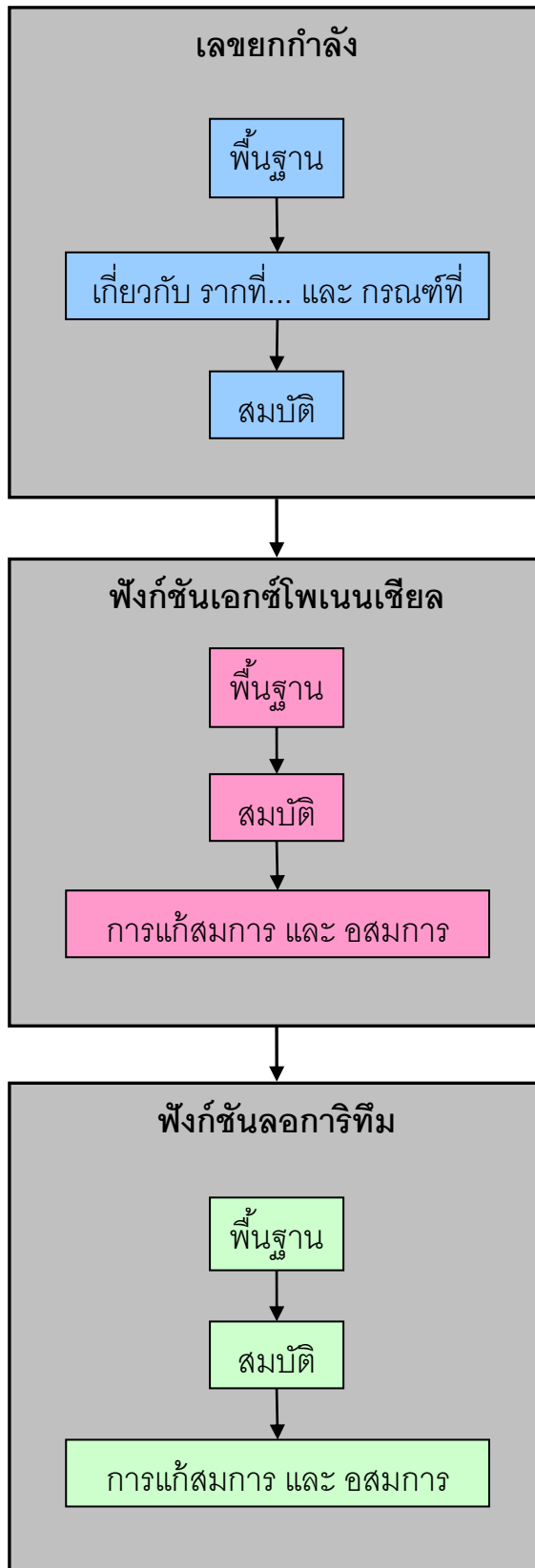


เอกซ์โพเนนเชียล ลอการิทึม ม.5 เทอมต้น สารการเรียนรู้เพิ่มเติม



เลขยกกำลัง

พื้นฐานเลขยกกำลัง

$$1) a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ ตัว}}$$

$$\text{แต่ถ้า } na = \underbrace{a + a + a + \dots + a}_{n \text{ ตัว}} \text{ นะ}$$

$$2) a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$3) a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

$$4) a^{-\frac{1}{n}} = \frac{1}{a^{\frac{1}{n}}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a}}$$

เกี่ยวกับ รากที่... และ กรณฑ์ที่...

จาก $x^2 = 4$ จะได้ $x = -2, 2$

รากที่สอง ของ 4 คือ $-2, 2$

แต่ $\sqrt{4} = 2, \cancel{-2}$

$\sqrt[n]{a}$ ถ้า n เป็นจำนวนคู่ จะได้ว่า a ต้องไม่เป็นค่าลบ

สูตรนี้ออกสอบ PAT1 มาแล้วนะครับจำด้วย

$$\sqrt{(a+b) + 2\sqrt{a \cdot b}} = \sqrt{b} + \sqrt{a}$$

$$\sqrt{(a+b) - 2\sqrt{a \cdot b}} = \sqrt{b} - \sqrt{a} \text{ โดย } a \leq b$$

สมบัติของเลขยกกำลัง

1) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

2) $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

3) $(ab)^n = a^n \cdot b^n$

4) $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

5) $(a^m)^n = a^{mn}$

6) $\sqrt[n]{x \cdot y} = \sqrt[n]{x} \cdot \sqrt[n]{y}$

7) $\sqrt[n]{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}}$

8) $a^0 = 1$ แม้แต่ $0^0 = 1$

9) $a^{m^n} = a^{(m^n)}$

หากเขียนเลขยกกำลังซ้อนกันโดยไม่ใส่วงเล็บ ลำดับของการคำนวณจะทำจากตัวบนสุดมาก่อน

ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

พื้นฐานฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

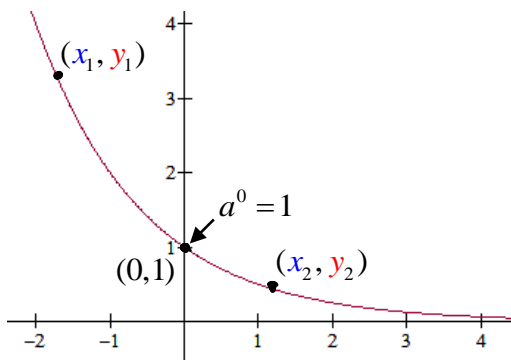
$$f = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}^+ \mid y = a^x, a > 0, a \neq 1 \right\}$$

D_f คือ \mathbb{R}

R_f คือ \mathbb{R}^+ (สำคัญมาก! $y = a^x$ มีค่าเป็นบวกเสมอ)

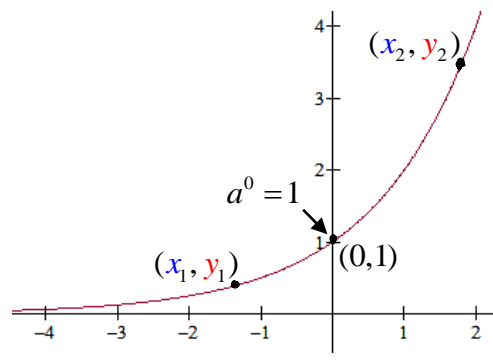
$a > 0, a \neq 1$ แยกได้เป็น 2 กรณี

ถ้า $0 < a < 1$ เป็นฟังก์ชันลด (ขัดแย้ง)
เขียนกราฟ $y = a^x$ ได้ดังนี้



$x_1 < x_2$ แต่ $y_1 > y_2$
ก็คือ $a^{x_1} > a^{x_2}$

ถ้า $a > 1$ เป็นฟังก์ชันเพิ่ม (คล้ายตาม)
เขียนกราฟ $y = a^x$ ได้ดังนี้



$x_1 < x_2$ และ $y_1 < y_2$
ก็คือ $a^{x_1} < a^{x_2}$

สมบัติของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

1) $a^{x_1} = a^{x_2}$ จะได้ว่า $x_1 = x_2$

2)

$$a^{x_1} > a^{x_2}$$

ถ้า $0 < a < 1$ จะได้ $x_1 < x_2$ (ขัดแย้ง)ถ้า $a > 1$ จะได้ $x_1 > x_2$ (คล้ายตาม)

$$a^{x_1} \geq a^{x_2}$$

ถ้า $0 < a < 1$ จะได้ $x_1 \leq x_2$ (ขัดแย้ง)ถ้า $a > 1$ จะได้ $x_1 \geq x_2$ (คล้ายตาม)**การแก้สมการ และ อสมการเอกซ์โพเนนเชียล****หลักการ**

ทำฐานให้เท่ากันก่อน แต่ถ้าทำฐานให้เท่ากันไม่ได้ ให้ Take log เข้าไปทั้งสองข้าง หรือ แทนค่าให้กับฐานที่ต่างกันด้วยตัวแปรที่ต่างกัน

ฟังก์ชันลอการิทึม

พื้นฐานฟังก์ชันลอการิทึม

จากฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล $y = a^x$

ฟังก์ชันลอการิทึมเป็นฟังก์ชันผกผันของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

(ฟังก์ชันผกผัน x กับ y สลับกัน)

ดังนั้น ฟังก์ชันลอการิทึม เขียนได้เป็น $x = a^y$ ซึ่งนิยมเขียนเป็น $y = \log_a x$

(ต้องแปลงให้เป็นนะ!!!)

หลักการแปลง $x = a^y$ เป็น $y = \log_a x$

ให้จำไว้ว่า “เลขชี้เท่ากับ log ส่วนฐาน นะ เหมือนเดิม”

เขียนใหม่เต็มๆ ได้ดังนี้

$$f = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R} \mid y = \log_a x, a > 0, a \neq 1 \right\}$$

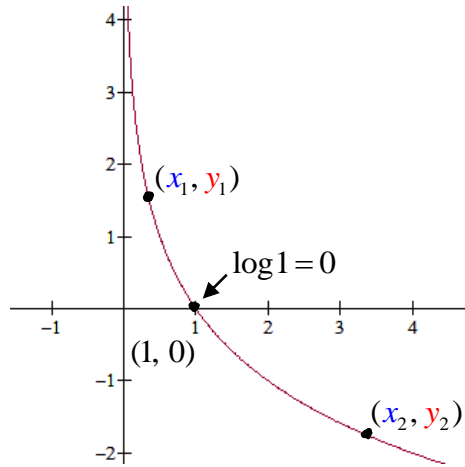
D_f คือ \mathbb{R}^+ (สำคัญมาก!! ค่าหลัง log ต้องมีค่าเป็นบวกเสมอ)

ฐานของ log ต้องมีค่ามากกว่าศูนย์และไม่เท่ากับหนึ่งเสมอ)

R_f คือ \mathbb{R}

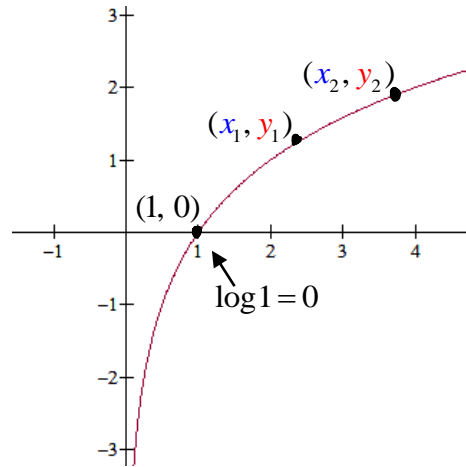
$a > 0, a \neq 1$ แยกได้เป็น 2 กรณี

ถ้า $0 < a < 1$ เป็นฟังก์ชันลด (ขัดแย้ง)
เขียนกราฟ $y = \log_a x$ ได้ดังนี้



$x_1 < x_2$ แต่ $y_1 > y_2$
ก็คือ $\log_a x_1 > \log_a x_2$

ถ้า $a > 1$ เป็นฟังก์ชันเพิ่ม (คล้ายตาม)
เขียนกราฟ $y = \log_a x$ ได้ดังนี้



$x_1 < x_2$ และ $y_1 < y_2$
ก็คือ $\log_a x_1 < \log_a x_2$

สมบัติของฟังก์ชันลอการิทึม***

ให้ a, M, N, x เป็นจำนวนจริงบวก โดย $a \neq 1$ และให้ k เป็นจำนวนจริง

1) $\log_a M = \log_a N$ จะได้ว่า $M = N$

2)

$$\log_a M > \log_a N$$

ถ้า $0 < a < 1$ จะได้ $M < N$ (ขัดแย้ง)	ถ้า $a > 1$ จะได้ $M > N$ (คล้ายตาม)
---	--------------------------------------

$$\log_a M \geq \log_a N$$

ถ้า $0 < a < 1$ จะได้ $M \leq N$ (ขัดแย้ง)	ถ้า $a > 1$ จะได้ $M \geq N$ (คล้ายตาม)
--	---

3) $\log_a M \cdot N = \log_a M + \log_a N$

4) $\log_a \left(\frac{M}{N} \right) = \log_a M - \log_a N$

5) $\log_a M^k = k \log_a M$

6) $\log_a a = 1$

7) $\log_a 1 = 0$

8) $\log_{a^k} M = \frac{1}{k} \log_a M$

9) $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$ โดยที่ $b > 0, b \neq 1$

10) $a^{\log_a x} = x$

11) $y = \log_a a^y$

12) $\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$ โดยที่ $b > 0, b \neq 1$

13) $\log_{10} x = \log x$

14) $\ln x = \log_e x = \frac{\log x}{\log e}$ โดย $e \approx 2.718$ และ $\log e \approx 0.4343$

สูตรเสริมพิเศษ

$$x^{\log M} = M^{\log x}$$

การแก้สมการ และ อสมการลอการิทึม

หลักการ

ทำฐานของ \log ให้เท่ากันก่อน

หลังจากแก้สมการหรืออสมการ ก่อนจะสรุปคำตอบ

ต้องนำค่าที่ได้ไปตรวจสอบ กับสมการหรืออสมการที่โจทย์ให้มาตอนแรก

*****โดย*****

ค่าหลัง \log ต้องเป็นค่าบวก

ค่าฐาน \log ต้องเป็นค่าบวก และ ไม่เท่ากับ 1