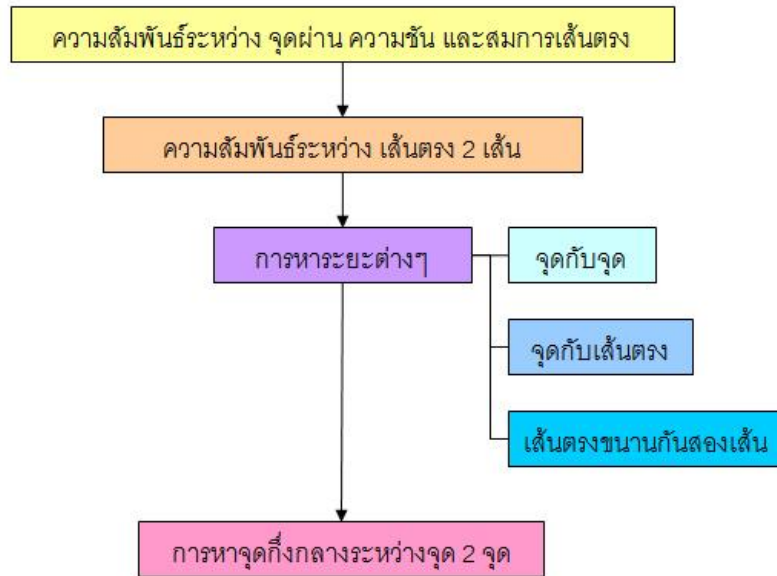


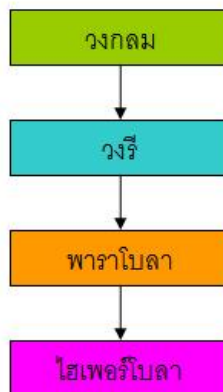
เรขาคณิตวิเคราะห์

ม.4 เทอมปลาย สารการเรขาคณิตเพิ่มเติม

จุด และ เส้นตรง



ภาคตัดกรวย



จุดและเส้นตรง

ความสัมพันธ์ระหว่าง จุดผ่าน ความชัน และสมการเส้นตรง

การหาสมการเส้นตรงจากความชัน และจุดผ่าน

ให้ เส้นตรง l มีจุดผ่านคือ (x_1, y_1) และ มีความชันเป็น m

จะได้สมการของเส้นตรง l คือ $(y - y_1) = m(x - x_1)$

การหาความชัน

1.) หากจากจุดผ่าน 2 จุด

ถ้าเส้นตรง l ผ่านจุด (x_1, y_1) และ จุด (x_2, y_2)

$$\text{ความชัน } m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

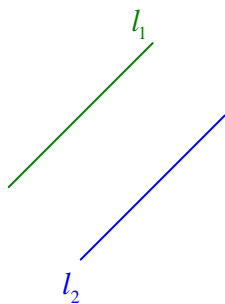
2.) หากจากสมการเส้นตรง

รูปสมการ $y = mx + c$ จะได้ ความชันเท่ากับ m และมีระยะตัดแกน Y เท่ากับ c

รูปสมการ $Ax + By + C = 0$ ความชัน $m = \frac{-A}{B}$

ความสัมพันธ์ของเส้นตรง 2 เส้น

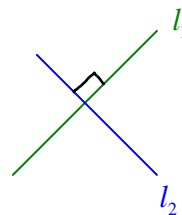
ขนานกัน



จะได้ว่า ความชันเท่ากัน

$$m_1 = m_2$$

ตั้งฉากกัน

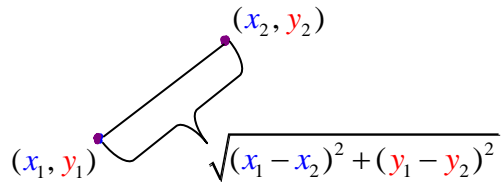


จะได้ว่า ความชันคูณกันเท่ากับลบหนึ่ง

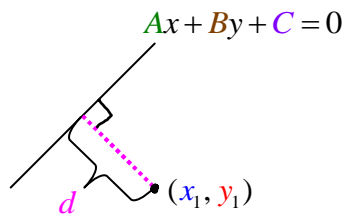
$$m_1 \cdot m_2 = -1 \text{ หรือ } m_1 = -1 \cdot \frac{1}{m_2}$$

การหาระยะต่างๆ

ระยะระหว่างจุดกับจุด



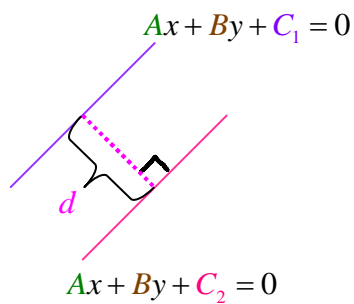
ระยะระหว่างจุดกับเส้นตรง



จะได้ว่า

$$d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

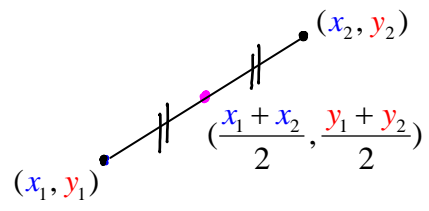
ระยะระหว่างเส้นตรงขนานกัน 2 เส้น



จะได้ว่า

$$d = \frac{|C_1 - C_2|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

จุดกึ่งกลางระหว่างจุด 2 จุด



ภาคตัดกรวย

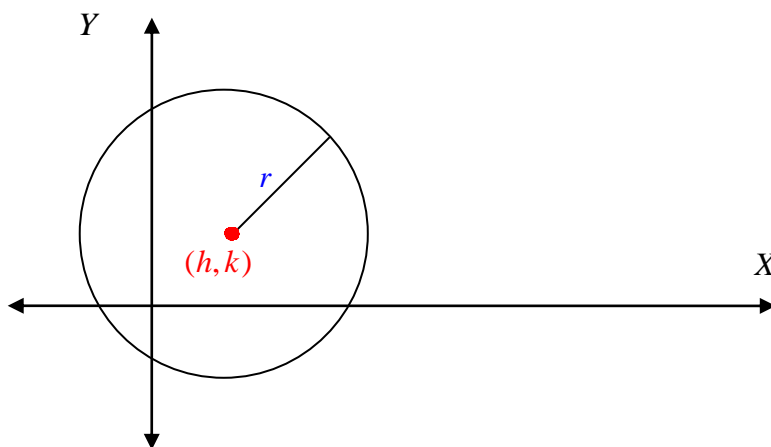
สมการรูปทั่วไปของภาคตัดกรวย

$Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ เมื่อ A และ C ไม่เป็นศูนย์ทั้งคู่

- 1) วงกลม A และ C เครื่องหมายเหมือนกัน และ $A = C$
- 2) วงรี A และ C เครื่องหมายเหมือนกัน และ $A \neq C$
- 3) พาราโบลา A หรือ C ตัวใดตัวหนึ่งเป็น 0
- 4) ไฮเพอร์โบลา A และ C เครื่องหมายตรงข้ามกัน

วงกลม

วงกลม คือ เซตของจุดทั้งหมดในระนาบที่ห่างจากจุดๆ หนึ่ง เป็นระยะทางคงตัว ซึ่งจุดๆ นั้นคือ จุดศูนย์กลาง (h, k) และระยะทางคงตัว คือรัศมี r

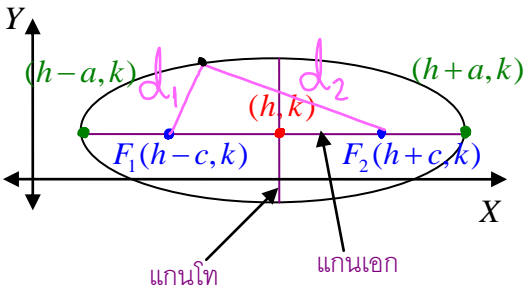
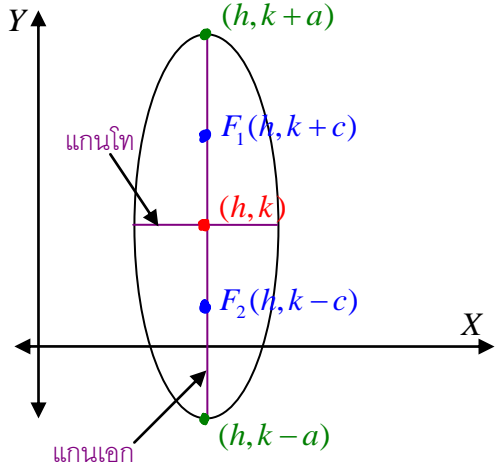


สมการมาตรฐาน

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

วงรี

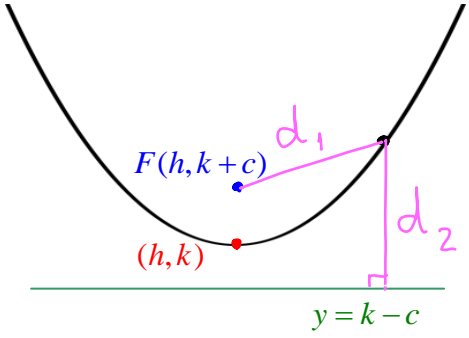
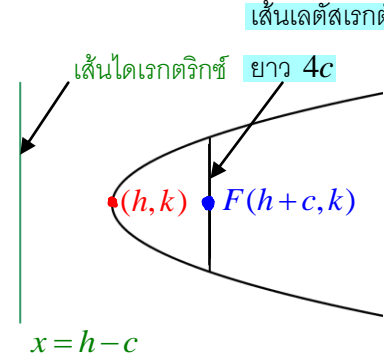
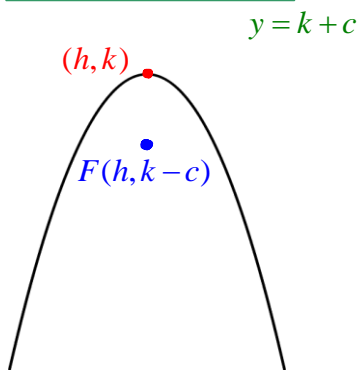
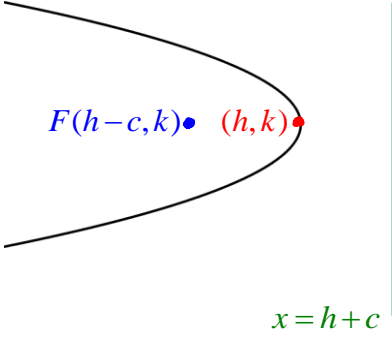
วงรี คือ เซตของจุดทั้งหมดในระนาบ ซึ่งมีผลบวกของระยะทางจากจุดใดๆ ไปยังจุดคงที่ 2 จุด (จุด F_1 และ F_2) เป็นค่าคงตัว $(2a) = d_1 + d_2$
โดยผลบวกนี้มีค่ามากกว่าระยะห่างระหว่าง F_1 และ F_2

<p>วงรีนอน</p> 	<p>วงรีตั้ง</p> 
<p>แกนเอกอยู่แนวนอน (ค่าด้านล่าง x มากกว่า ค่าด้านล่าง y)</p> $\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$ <p>จุดศูนย์กลาง (h, k) จุดยอด $(h \pm a, k)$ จุดโฟกัส $(h \pm c, k)$</p>	<p>แกนเอกอยู่แนวตั้ง (ค่าด้านล่าง y มากกว่า ค่าด้านล่าง x)</p> $\frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-k)^2}{a^2} = 1$ <p>จุดศูนย์กลาง (h, k) จุดยอด $(h, k \pm a)$ จุดโฟกัส $(h, k \pm c)$</p>
<p>ความยาวแกนเอก = $2a$ ความยาวแกนโท = $2b$ และ $a^2 = b^2 + c^2$ (a มีค่ามากที่สุด)</p>	

พาราโบลา

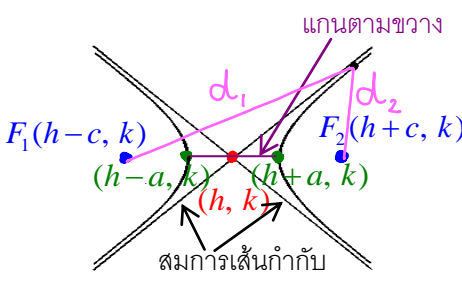
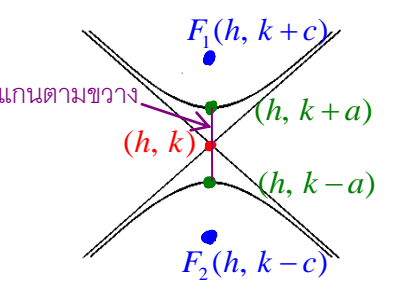
พาราโบลา คือ เซตของจุดทั้งหมดในระนาบ ซึ่งมีระยะจากจุดนั้นไปถึงจุดคงที่จุดหนึ่ง(จุด F) เท่ากับ ระยะจากจุดนั้นไปถึงเส้นตรงหนึ่ง (เส้นไดเรกตริกซ์) $d_1 = d_2$

ให้ c เป็นค่าบวกเสมอ

<p>พาราโบลา คว่ำ-หงาย</p> $(x-h)^2 = 4c(y-k)$ 	<p>พาราโบลา ตะแคงขวา-ตะแคงซ้าย</p> $(y-k)^2 = 4c(x-h)$ 
$(x-h)^2 = -4c(y-k)$ 	$(y-k)^2 = -4c(x-h)$ 

ไฮเพอร์โบล่า

ไฮเพอร์โบล่า คือ เซตของจุดทั้งหมดในระนาบ ซึ่งผลต่างของระยะจากจุดใดๆ ไปยังจุดคงที่สองจุด (จุด F_1 และ F_2) มีค่าคงที่ $(2a) = |d_1 - d_2|$

<p>ไฮเพอร์โบล่า นอน</p> 	<p>ไฮเพอร์โบล่า ตั้ง</p> 
<p>แกนตามขวางแนวนอน</p> $\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$ <p>ข้างหน้า x มีค่าเป็นบวก ข้างหน้า y มีค่าเป็นลบ</p> <p>ไฮเพอร์โบล่า a^2 อยู่กับพจน์ที่เป็นบวกเสมอ</p> <p>จุดศูนย์กลาง (h, k) จุดยอด $(h \pm a, k)$ จุดโฟกัส $(h \pm c, k)$ สมการเส้นกำกับ คือ $y - k = \pm \frac{b}{a}(x - h)$</p>	<p>แกนตามขวางแนวตั้ง</p> $\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$ <p>ข้างหน้า y มีค่าเป็นบวก ข้างหน้า x มีค่าเป็นลบ</p> <p>จุดศูนย์กลาง (h, k) จุดยอด $(h, k \pm a)$ จุดโฟกัส $(h, k \pm c)$ สมการเส้นกำกับ คือ $y - k = \pm \frac{a}{b}(x - h)$</p>
<p>แกนตามขวางยาว $2a$ แกนตั้งยุคยาว $2b$ และ $c^2 = a^2 + b^2$ (c ยาวที่สุด)</p>	